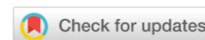
МЕХАНИКА
MECHANICS





УДК 539.3
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-2-170-177

Оригинальное теоретическое исследование

Разработка метода решения задачи деформации ледяного покрова под действием произвольно движущейся нагрузки



EDN: ZASIUO

А.В. Галабурдин
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
✉ 5339850@mail.ru

Аннотация

Введение. Освоение полярных районов Мирового океана, необходимость решения различных задач, связанных с наличием большого числа замерзающих внутренних водоемов, ставят перед наукой новые проблемы. К их числу относится проблема изучения поведения ледяного покрова под воздействием на него различного вида нагрузок. Большой интерес представляет рассмотрение задач о действии на ледяной покров подвижной нагрузки. Подвижная нагрузка моделирует действие на лед движущихся транспортных средств. Однако в работах, посвященных вышеуказанным задачам, рассматриваются случаи движения нагрузки по прямолинейной траектории. Целью данной работы является разработка метода исследования поведения ледяного покрова под действием нагрузки, перемещающейся произвольным образом.

Материалы и методы. В статье предложен метод решения задачи о действии на ледяной покров водоема конечной глубины движущейся по произвольной траектории силы. Задача сводится к решению системы двух дифференциальных уравнений. Первое из них моделирует поведение ледяного покрова и является уравнением колебаний вязкоупругой пластины. Второе — моделирует поведение жидкости, находящейся в состоянии потенциального течения, и является уравнением Лапласа. Для решения системы дифференциальных уравнений применялись интегральные преобразования по временной и пространственным переменным. Полученное в результате решение выражалось через повторный интеграл, для вычисления которого применялись численные методы.

Результаты исследования. В результате реализации предложенного метода получено решение задачи о движении сосредоточенной силы по ледяному покрову по произвольному закону. При этом произведены исследования характера поведения перемещений и напряжений в ледяном покрове в зависимости от скорости и ускорения движения вертикальной нагрузки, глубины водоема и вязкоупругих свойств льда. Кроме того, рассчитано распределение вектора скорости частиц жидкости по глубине водоема.

Обсуждение и заключение. Предложенный метод является весьма эффективным для решения задач о подвижных нагрузках, действующих на ледяной покров водоема конечной глубины. Он позволяет решать задачи о действии нагрузки, движущейся по ледяному покрову по сложной траектории. Полученные результаты могут быть использованы для расчета напряжения и перемещений ледового покрова при прокладке ледовых дорог или строительстве аэродромов на льду.

Ключевые слова: бесконечный ледяной покров, движущаяся нагрузка, произвольная траектория, переменная скорость

Благодарности. Автор выражает благодарность рецензентам за указанные замечания, которые позволили повысить качество статьи.

Для цитирования. Галабурдин А.В. Разработка метода решения задачи деформации ледяного покрова под действием произвольно движущейся нагрузки. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2024;24(2):170–177. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-2-170-177

http://vestnik-donstu.ru

© *Галабурдин А.В., 2024*

Original Theoretical Research

On the Method for Solving the Problem of Ice Cover Deformation under an Arbitrary Moving Load

Alexander V. Galaburdin
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ 5339850@mail.ru

Abstract

Introduction. The development of the polar areas of the World Ocean and the need to solve various problems associated with a large number of freezing inland water bodies issue new challenges for science. These challenges include the problem of studying the behavior of ice cover when exposed to various types of loads. Of great interest is the consideration of problems about the action of a moving load on the ice cover. A moving load simulates the effect of moving vehicles on ice. However, in papers devoted to the above problems, cases of load movement along a straight-line trajectory are considered. The objective of this research is to develop a method for studying the behavior of ice cover under the action of a load moving arbitrarily.

Materials and Methods. The article proposes a method for solving the problem of the action of a force moving along an arbitrary trajectory on the ice cover of a reservoir of finite depth. The problem amounts to solving a system of two differential equations. The first of them models the behavior of the ice cover, and it is the equation of vibrations of a viscoelastic plate. The second equation simulates the behavior of fluid in a state of potential flow, and it is Laplace's equation. To solve the system of differential equations, integral transformations in time, space and variables were used. The resulting solution was expressed through an iterated integral, which was calculated using numerical methods.

Results. The development and implementation of the method resulted in solving the problem of the movement of a concentrated force along an ice cover according to an arbitrary law. At the same time, studies were carried out on the behavior of displacements and stresses in the ice cover depending on the speed and acceleration of the movement of the vertical load, on the depth of the reservoir, and on the viscoelastic properties of ice. In addition, the distribution of the velocity vector of fluid particles along the depth of the reservoir was calculated.

Discussion and Conclusion. The proposed method is very effective for solving problems of moving loads acting on the ice cover of a reservoir of finite depth. It provides solving problems about the action of a load moving along an ice cover along a complex trajectory. The results obtained can be used to calculate the stress and displacement of the ice cover during the laying of ice roads or the construction of airfields on the ice.

Keywords: infinite ice cover, moving load, arbitrary trajectory, variable speed

Acknowledgements. The author would like to thank the reviewers for the comments which made it possible to improve the quality of the article.

For citation. Galaburdin AV. On the Method for Solving the Problem of Ice Cover Deformation under an Arbitrary Moving Load. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2024;24(2):170–177. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-2-170-177

Введение. Освоение полярных районов Мирового океана и наличие большого количества замерзающих внутренних водоемов приводят к необходимости изучения полей перемещений и напряжений ледяного покрова, обусловленных действием различного вида нагрузок. Решению этих проблем посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных ученых. Ранее было установлено, что механические свойства льда зависят от солености воды и его температуры. Большое внимание уделялось разработке численных моделей льда, которые достаточно точно отражали взаимодействие льда и идеальной несжимаемой жидкости. В работах [1, 2] для этого применялся метод гидродинамики сглаженных частиц, в [3, 4] — метод дискретных элементов. В статье [5] лед моделируется упругой пластиной, лежащей на поверхности стратифицированной жидкости. Модели, допускающие наличие трещин, рассматривались в работах [6, 7]. Модели льда, усиленного армирующими элементами, представлены в работах [8, 9].

При этом в некоторых работах ледяной покров рассматривается как упругая пластина, лежащая на поверхности водоема [10, 11]. В то же время в [12] на основе приведенных исследований делается вывод о том, что в некоторых случаях свойства льда лучше всего описывает реологическая модель Кельвина-Фойгта с одним параметром (временем затухания). Поэтому многие исследователи при моделировании ледового покрова применяют вязкоупругую пластину [13]. В [14] для описания свойств льда применялись нелинейные модели.

В некоторых работах рассматривалось действие на ледяной покров подвижной нагрузки. В [15] исследовалось действие подвижной нагрузки на ледяной покров в замороженном канале, в [16] рассматривалось действие на ледяной покров нагрузки с импульсивным характером движения. Работа [17] посвящена изучению нагрузки, движущейся по замерзшему руслу. При этом исследовалось прямолинейное движение нагрузки [18]. Однако в реальных условиях часто приходится иметь дело с нагрузкой, перемещающейся более сложным образом. Поэтому целью данной работы явилась разработка метода решения задач о действии нагрузки, движущейся по ледяному покрову по сложной траектории. Это позволит более точно исследовать действие на лед транспортных средств, движущихся сложным образом.

Данная работа является продолжением исследований, связанных с рассмотрением задач о действии подвижной нагрузки на различные объекты, результаты которых представлены в работах [19, 20].

Материалы и методы. Постановка задачи. Рассматривается водоем конечной глубины с бесконечным ледяным покровом (бесконечная пластина), который подвержен действию вертикальной силы, движущейся произвольным образом — импульсивно. Предполагается, что жидкость водоема несжимаема и совершает потенциальное движение.

Задача сводится к системе дифференциальных уравнений [15]:

$$\left(1+\tau_0\partial_t\right)\Delta_0^2 W + c^{-2}\partial_t^2 W + kW + b\partial_t F\Big|_{z=0} = \frac{Q(x,y,t)}{D},$$

$$\Delta F = 0,$$

где $W(x, y, t)$ — прогиб ледяного покрова; E и μ — соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона льда; $D = E h^3/12(1 - \mu^2)$ — цилиндрическая жесткость на изгиб; h — толщина ледяного покрова; $\tau_о$ — время релаксации деформаций; $\Delta_о^2 = (\partial_x^2 + \partial_y^2)^2$; $\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2$; $\rho_л$ и $\rho_в$ — соответственно плотность льда и воды; $c^{-2} = \rho_л h/D$; $k = \rho_в g/D$; $b = \rho_в/D$; $Q(x, y ,t)$ — действующая на поверхности льда нагрузка; $F(x, y, z, t)$ — потенциал скорости.

При краевых условиях при z=0 (граница лед-вода):

$$\partial_t W = \partial_z F.$$

На дне водоема при $z = –H$:

$$\partial_z F = 0.$$

Кроме того, предполагалось, что ледяной покров и жидкость в водоеме в начальный момент времени находились в состоянии покоя. Нагрузка представляла собой сосредоточенную единичную силу (величиной в один Ньютон) $Q(x, y, t)$, которая перемещалась произвольно по незамкнутой кривой γ произвольной формы. Полагалось, что перемещение силы задавалось в виде $Q = Q(s(t))$, где s — дуговая координата, отсчитываемая от некоторой фиксированной точки траектории γ. Траектория движения задавалась параметрически в виде $\begin{cases} x = x_0(t) \\ y = y_0(t) \end{cases}$,

где t — время.

Подвижная нагрузка аппроксимировалась выражением

$$Q(x,y,t) = \varepsilon^2\, exp\left(-\varepsilon^2\left(\left(x-x_0(t)\right)^2+\left(y-y_0(t)\right)^2\right)\right)\Big/\pi,$$

где ε — числовой параметр.

После применения интегрального преобразования Фурье по переменным x и y, интегрального преобразования Лапласа по t, были получены формулы для вычисления неизвестных функций W и F:

$$W(x,y,t) = \frac{1}{2\pi D}\int_0^t\int_0^\infty p^2 e^{-p^2/4\varepsilon^2} J_0\left(pR(t-\tau)\right)\frac{1}{\gamma}\left[e^{-(a-d)\tau} - e^{-(a+d)\tau}\right]dpd\tau,$$

$$F(x,y,z,t) = \frac{1}{2\pi D}\int_0^t\int_0^\infty p^2 e^{-p^2/4\varepsilon^2} J_0\left(pR(t-\tau)\right)\frac{ch\left(p(z+H)\right)}{sh(pH)},$$

$$W(x,y,t) = \frac{1}{2\pi D}\int_0^t\int_0^\infty p^2 e^{-p^2/4\varepsilon^2} J_0\left(pR(t-\tau)\right)\frac{1}{\gamma}\left[e^{-(a-d)\tau} - e^{-(a+d)\tau}\right]dpd\tau,$$

$$\left[(a+d)e^{-(a+d)\tau} - (a-d)e^{-(a-d)\tau}\right]dpd\tau,$$

$$R^2(\tau) = \delta^2+\beta^2,\ \delta = x_0(\tau)-x,\ \beta = y_0(\tau)-y,$$

http://vestnik-donstu.ru

$$\gamma = \left[\tau_0^2 p^{10} - 4\left(c^{-2} p^2 + bpcth\left(pH\right)\right)\left(p^4 + k\right)\right]^{1/2},\ a = \frac{\tau_0 p^5}{2\left(c^{-2} p + bcth\left(pH\right)\right)},$$

$$d = \frac{\gamma}{2\left(c^{-2} p + bcth\left(pH\right)\right)}.$$

Используя известные соотношения из теории тонких пластин и теории потенциального течения идеальной жидкости, можно получить соотношения для вычисления перемещений и напряжений в ледовом покрове, а также компонент вектора скорости частиц жидкости.

При вычислении несобственного интеграла с помощью численных методов использовалось приближенное соотношение $\int_0^\infty f\left(p\right)dp \approx \int_0^A f\left(p\right)dp$, в котором величина A выбиралась настолько большой, чтобы оценка ошибки $\left|\int_A^\infty f\left(p\right)dp\right|$ не превышала установленного значения.

Так, для величины прогиба льда

$$W\left(x,y,t\right) = \frac{1}{2\pi D}\int_0^t\int_0^\infty U_0\left(\tau,p\right)dpd\tau = \frac{1}{2\pi D}\int_0^t\int_0^A U_0\left(\tau,p\right)dpd\tau + \frac{1}{2\pi D}\int_0^t\int_A^\infty U_0\left(\tau,p\right)dpd\tau,$$

данная оценка имеет вид:

$$\left|\frac{1}{2\pi D}\int_0^t\int_A^\infty U_0\left(\tau,p\right)dpd\tau\right| \le \frac{2A\varepsilon^2}{\pi D\gamma\left(A\right)}e^{A^2/4\varepsilon^2},$$

$$\gamma\left(A\right) = \left[\tau_0^2 A^{10} - 4\left(c^{-2}A^2 + bActh\left(AH\right)\right)\left(A^4 + k\right)\right]^{1/2}.$$

Подобные оценки можно получить и для остальных вычисляемых величин. Эти оценки использовались при определении величины A.

В проведенных расчетах величина A выбиралась такой, чтобы оценка $\frac{2A\varepsilon^2}{\pi D\gamma(A)}e^{A^2/4\varepsilon^2}$ не превышала $\left|\frac{1}{2\pi D}\int_0^t\int_A^\infty U_0\left(\tau,p\right)dpd\tau\right|$ 0,001.

При вычислении повторного интеграла использовались квадратурная формула Симпсона (по переменной τ) и квадратурная формула Чебышева с равными весами для двух узлов (по переменной p). Аналогичным образом вычислялись и остальные величины.

Результаты исследования. Разработан метод решения задач о действии нагрузки, движущейся по ледяному покрову водоема, наполненного идеальной жидкостью, по сложной траектории с переменной скоростью. Применяя данный метод, проведены расчеты, которые показали степень влияния различных параметров на деформацию ледяного покрова.

Изложенный метод не накладывает ограничений на форму траектории движения сосредоточенной силы. При расчетах рассматривался частный случай траектории, состоящей из дуг окружностей (рис. 1). Красной точкой указано положение сосредоточенной силы в рассматриваемый момент времени и направление движения силы.

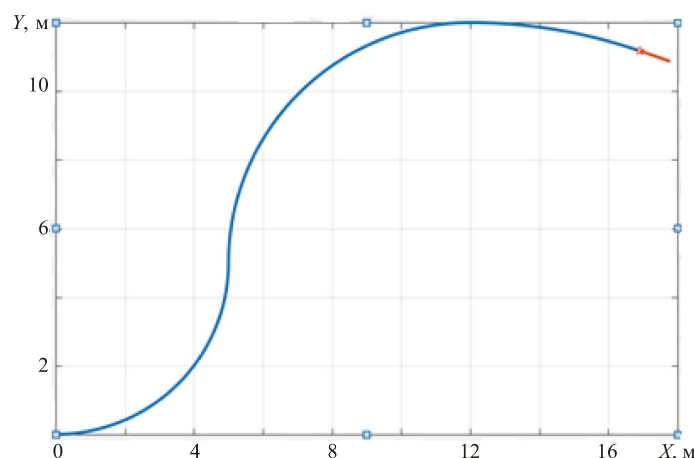


Рис. 1. Траектория движения сосредоточенной силы

При расчетах принимались следующие значения используемых параметров: толщина ледяного покрова h = 0,25 м, модуль Юнга E = 500 000 000 Н/м^2, коэффициент Пуассона льда μ = 1/3, плотность льда ρ = 900 кг/м^3, плотность воды ρ = 1 000 кг/м^3, ε = 5. Ниже представлены результаты проведенных расчетов.

На рис. 2 приведено изменение прогиба ледяного покрова при скорости движения силы v = 2,5 м/с, касательном ускорении w_t = 1 м/с^2, глубине водоема H = 25 м и времени релаксации τ_o = 1 с.

Закон движения силы по траектории принимался в виде:

$$s = a_1 t^3 + a_2 t^2 + a_3 t.$$

Коэффициенты a_1, a_2, a_3 подбирались таким образом, чтобы сила, находясь в одной и той же точке траектории, имела необходимые скорость и касательное ускорение.

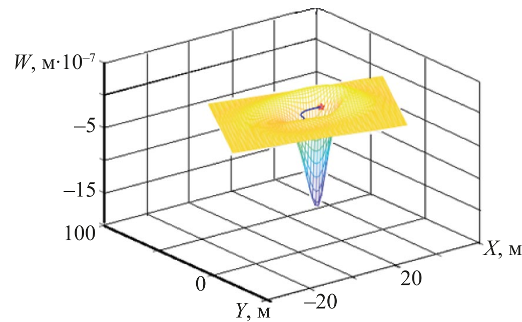


Рис. 2. Изменение прогиба ледяного покрова

При других значениях указанных параметров качественный характер распределения прогиба ледяного покрова оставался практически неизменным.

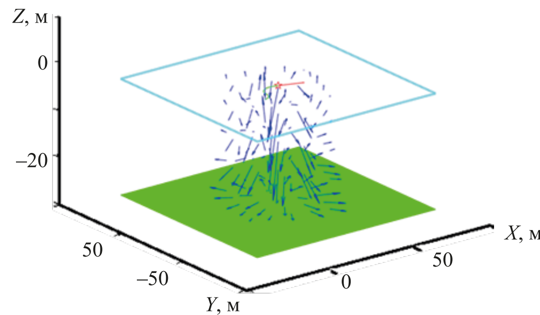


Рис. 3. Движение жидкости, обусловленное действием подвижной нагрузки на ледяной покров

Движение жидкости, обусловленное действием подвижной нагрузки при тех же значениях скорости, касательного ускорения движения нагрузки, времени релаксации и глубины водоема, представлено на рис. 3 (изображено распределение вектора скоростей частиц жидкости).

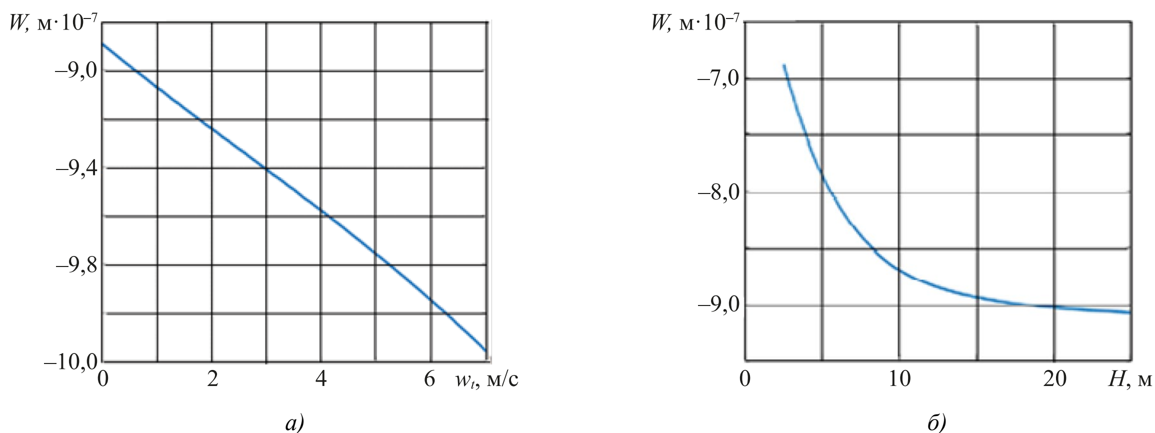


Рис. 4. Изменение величины максимального прогиба ледяного покрова в зависимости:
а — от величины касательного ускорения; *б* — от глубины водоема

http://vestnik-donstu.ru

Влияние на максимальный прогиб ледяного покрова касательного ускорения движения силы представлено на рис. 4 *а*. В этом случае скорость движения силы была равной v = 17,5 м/с, а время релаксации τ_o = 1 с.

На рис. 4 *б* изображен график зависимости величины максимального прогиба ледяного покрова W от глубины водоема H. Скорость движения нагрузки при этом равнялась v = 17,5 м/с, касательное ускорение w_t = 1 м/с^2 и время релаксации τ_o = 1 с.

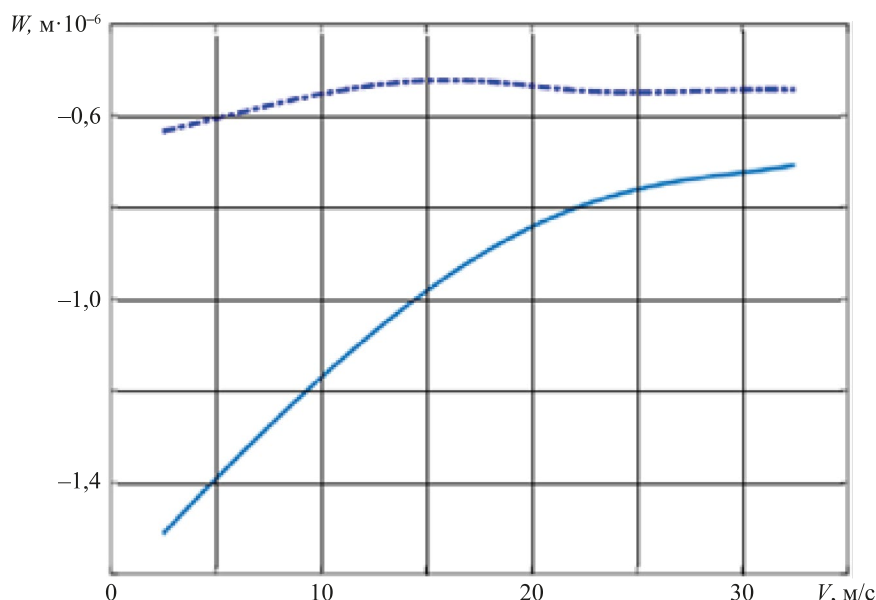


Рис. 5. Изменение максимального прогиба ледяного покрова в зависимости от скорости движения силы

Зависимость максимального прогиба ледяного покрова от скорости движения силы представлена графически на рис. 5. Глубина водоема при этом принималась равной 25 м, а величина касательного ускорения — w_t = 1 м/с^2. Сплошной линией изображена зависимость, соответствующая времени релаксации τ_o = 1 с, пунктирная линия соответствует времени релаксации τ_o = 10 с.

Обсуждение и заключение. Исследовано влияние глубины водоема на максимальный прогиб льда. Получена картина прогиба ледового покрова, обусловленная действием сосредоточенной силы, движущейся по сложной траектории с переменной скоростью. Расчеты показали, что с увеличением глубины водоема максимальный прогиб ледяного покрова уменьшается (рис. 2). При этом заметная зависимость прогиба ледяного покрова от глубины водоема H имеет место лишь для $H \leq 25$ м. При больших глубинах величина максимальных прогибов стабилизируется около некоторого постоянного значения и практически не изменяется. Таким образом, если $H > 25$ м, то при расчетах глубину водоемов можно считать бесконечной.

Увеличение касательного ускорения приводит к увеличению прогиба ледяного покрова. Причем зависимость прогиба от касательного ускорения очень близка к линейной зависимости (рис. 4).

При малых временах релаксации τ_o скорость движения нагрузки заметно влияет на величину прогиба льда. При больших временах влияние скорости движения нагрузки на прогиб ледяного покрова заметно уменьшается (рис. 5).

Для изучения состояния жидкости водоема определено распределение вектора скорости движения частиц жидкости, обусловленное действием подвижной силы по льду (рис. 3).

Разработанный метод решения задач и результаты, полученные с его помощью, могут быть использованы при строительстве ледовых дорог, проектировании и строительстве взлетно-посадочных полос на льду.

Список литературы / References

1. Ningbo Zhang, Xing Zheng, Qingwei Ma, Zhenhong Hu. A Numerical Study on Ice Failure Process and Ice-Ship Interactions by Smoothed Particle Hydrodynamics. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering.* 2019;11(2):796–808. https://doi.org/10.1016/j.ijnaoe.2019.02.008

2. Wenxiao Pan, Tartakovsky AM, Monaghan JJ. A Smoothed-Particle Hydrodynamics Model for Ice-Sheet and Ice-Shelf Dynamics. *Journal of Glaciology*. 2012;58(208):216–222. https://doi.org/10.3189/2012JoG11J084

3. Shunying Ji. Discrete Element Modeling of Ice Loads on Ship and Offshore Structures. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Discrete Element Methods.* Singapore: Springer; 2017. P. 45–54. http://doi.org/10.1007/978-981-10-1926-5_6

4. Hisette Q, Alekseev A, Seidel J. Discrete Element Simulation of Ship Breaking Through Ice Ridges. In: *Proceedings of the 27th International Ocean and Polar Engineering Conference. International Society of Offshore and Polar Engineers*. Cupertino, CA: ISOPE; 2017. P. 1–15.

5. Цветков Д.О. Малые движения идеальной стратифицированной жидкости, частично покрытой упругим льдом. *Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки.* 2018;28(3):328–347. https://doi.org/10.20537/vm180305

Tsvetkov DO. Small Motions of an Ideal Stratified Fluid Partially Covered with Elastic Ice. *Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Computer Science.* 2018;28(3):328–347. https://doi.org/10.20537/vm180305

6. Wenjun Lu, Raed Lubbad, Sveinung Løset. Out-of-Plane Failure of an Ice Floe: Radial-Crack-Initiation-Controlled Fracture. *Cold Regions Science and Technology*. 2015;119:183−203. https://doi.org/10.1016%2Fj.coldregions.2015.08.009

7. Renshaw CE, Schulson EM, Sigward SJG. Experimental Observation of the Onset of Fracture Percolation in Columnar Ice. *Geophysical Research Letters.* 2017;44(4):1795−1802. https://doi.org/10.1002/2016GL071919

8. Якименко О.В., Сиротюк В.В. Армирование ледовых переправ. *Криосфера Земли.* 2014;18(1):88−91.

Yakimenko OV, Sirotyuk VV. Reinforcement of Ice Crossings. *Earth's Cryosphere.* 2014;18(1):88−91.

9. Козин В.М., Васильев А.С., Земляк В.Л., Ипатов К.И. Исследование предельного состояния ледяного покрова в условиях чистого изгиба при усилении армирующими элементами. *Вестник Томского государственного университета.* 2019;(61):61–69. https://doi.org/10.17223/19988621/61/6

Kozin VM, Vasilyev AS, Zemlyak VL, Ipatov KI. Research of the Limiting State of Ice Cover under Conditions of Pure Bending with Reinforcement by Reinforcing Elements. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics.* 2019;(61):61–69. https://doi.org/10.17223/19988621/61/6

10. Букатов А.Е., Букатов А.А., Жарков В.В., Завьялов Д.Д. *Распространение поверхностных волн в ледовых условиях*. Монография. Севастополь: Морской гидрофизический институт РАН; 2019. 204 с.

Bukatov AE, Bukatov AA, Zharkov VV, Zav'yalov DD. *Propagation of Surface Waves in Ice Conditions*. Monograph. Sevastopol: Marine Hydrophysical Institute; 2019. 204 p. (In Russ.)

11. Ткачева Л.А. Поведение полубесконечного ледяного покрова при периодическом динамическом воздействии. *Прикладная механика и техническая физика.* 2017;58(4):82–94.

Tkacheva LA. Behavior of Semi-Infinite Ice Cover under Periodic Dynamic Impact. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics.* 2017;58(4):82-94.

12. Tabata T. Studies on Visco-Elastic Properties of Sea Ice. In: *Arctic Sea Ice: Proceedings of the Conference.* Washington, DC: US National Academy of Sciences; 1958. P. 139–147.

13. Земляк В.Л., Васильев А.С., Жуков Д.С. Определения напряжённо-деформированного состояния ледяного покрова при поверхностном армировании под воздействием статических и динамических нагрузок. *Вестник евразийской науки.* 2022;14(2):51–60.

Zemlyak VI, Vasilyev AS, Zhukov DS. Determination of the Stress-Strain State of the Ice Cover with Surface Reinforcement under the Influence of Static and Dynamic Loads. *The Eurasian Scientific Journal.* 2022;14(2):51–60.

14. Guyenne P, Părău EI. Computations of Fully Nonlinear Hydroelastic Solitary Waves on Deep Water. *Journal of Fluid Mechanics.* 2012;713:307–329. https://doi.org/10.1017/jfm.2012.458

15. Шишмарев К.А., Хабахпашева Т.И. Нестационарные колебания ледового покрова в замороженном канале под действием движущегося внешнего давления. *Вычислительные технологии.* 2019;24(2);111–128. https://doi.org/10.25743/ICT.2019.24.2.010

Shishmarev KA, Khabakhpasheva TI. Unsteady Deflection of Ice Cover in a Frozen Channel under a Moving Load. *Computational Technologies.* 2019;24(2);111–128. https://doi.org/10.25743/ICT.2019.24.2.010

16. Wang K, Hosking RJ, Milinazzo F. Time-Dependent Response of a Floating Viscoelastic Plate to an Impulsively Started Moving Load. *Journal of Fluid Mechanics.*2004;521:295–317. https://doi.org/10.1017/S002211200400179X

17. Shishmarev K, Khabakhpasheva T, Korobkin A. The Response of Ice Cover to a Load Moving along a Frozen Channel. *Applied Ocean Research.* 2016;59:313–326. http://doi.org/10.1016/j.apor.2016.06.008

18. Стурова И.В. Движение внешней нагрузки по полубесконечному ледяному покрову в докритическом режиме. *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2018;53(1):51–60. https://doi.org/10.7868/S056852811801005X

Sturova IV. Motion of an External Load over a Semi-Infinite Ice Sheet in the Subcritical Regime. *Fluid Dynamics*. 2018;53(1):51–60. https://doi.org/10.7868/S056852811801005X

19. Галабурдин А.В. Бесконечная пластина, нагруженная нормальной силой, движущейся по сложной траектории. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2020;20(4):370–381. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-370-381

Galaburdin AV. Infinite Plate Loaded with Normal Force Moving along a Complex Path. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2020;20(4):370–381. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-370-381

20. Галабурдин А.В. Метод решения задачи о движении нагрузки по ледяному покрову водоема по сложной траектории. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(1):34–40. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-34-40

Galaburdin AV. Method for Solving the Problem of Load Movement over the Ice Cover of a Reservoir along a Complex Trajectory. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(1):34–40. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-34-40

Об авторе:

Александр Васильевич Галабурдин, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID, Galaburdin@mail.ru

About the Author:

Alexander V. Galaburdin, Cand.Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor of the Mathematics and Informatics Department, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), ORCID, Galaburdin@mail.ru

Конфликт интересов: **автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.**

Conflict of Interest Statement: **the author declares no conflict of interest.**

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

The author has read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 11.03.2024
Поступила после рецензирования / Revised 03.04.2024
Принята к публикации / Accepted 12.04.2024